בס"ד

**תרגיל בית 4: מסלולים קצרים בגרף**

**שאלה 1**

א. הבא דוגמה עם גרף ובו קשת(ות) בעלת(ות) משקל שלילי למקרה בו אלג' דייקסטרה לא עובד כשורה. הסבר(י)!  
ב. נתון גרף DAG ובו קשתות חיוביות ושליליות. האם הפעלת האלגוריתם של דיקסטרה עליו תחזיר פתרון נכון? אם כן, הוכיחו. אם לא, הראו דוגמא נגדית.

**שאלה 2**

הוסיפו לאלג' פלויד-וורשאל קטע קוד המזהה מעגל בעל משקל שלילי. נמקו את נכונות ההוספה.

**שאלה 3**

נתון גרף G מכוון עם קודקודים אדומים וכחולים, ונתונה פונקציית משקל w חיובית לקשת שבין כל שני קודקודים.   
  
כתבו אלגוריתם יעיל שמוצא את המסלול הקצר ביותר בין 2 קודקודים v1,v2 בגרף G, כאשר מותר למסלול לעבור רק דרך קשתות שמחברות קודקודים עם צבעים שונים זה מזה. חשבו את סיבוכיות האלגוריתם שהצעתם.

**שאלה 4**

הרץ את האלגוריתם של דיאקסטרה על הגרף הבא עבור :



הצג את ערכי . הצג גם את עץ המסלולים האופטימליים.

**שאלה 5**

נתון גרף מכוון G(V,E) עם משקולות, וידוע שיש בו מעגל שלילי (אחד או יותר). הציעו אלגוריתם שמקבל את הגרף ו-2 קודקודים u,v ובודק האם אורך המסלול הקצר ביותר ביניהם מוגדר. (כלומר, האם המסלול הקצר ביותר בין u ל-v אינו עובר דרך המעגל השלילי). נתחו את סיבוכיות האלגוריתם שהצעתם.

בס"ד

**שאלה 6**

ענו נכון/לא נכון ונמקו בקצרה:

1. באלגוריתם של בלמן פורד, אם באיזושהו שלב עבורi<|V|-1 הלולאה החיצונית עברה על כל הקשתות ולא מצאה שום צעד שיפור Relax לבצע, הרי ניתן לצאת מהאלגוריתם כי נמצאו כבר המסלולים הקצרים בגרף.
2. אם קיים מעגל שלילי בגרף, אזי המסלול הקצר בין כל 2 קודקודים u,v בגרף זה אינו מוגדר.

**שאלה 7**

הרץ את האלגוריתם של בלמן-פורד על הגרף עבור :



הצג את ערכי . הצג גם את עץ המסלולים האופטימליים.

**שאלה 8**

הרץ את אלגוריתם פלויד-וורשאל (פרק 26.2) על הגרף הבא:

3

8

4

2

3

7

8

6

6

12

4

5

הצג את ערכי המטריצות **D** ו- π בכל השלבים (היעזר בסריקה של פרק 26 הנמצאת במודול). **בהצלחה**